الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: جوان 2014

الشعبة :علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 3 سا و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

### التمرين الأوّل: ( 04 نقاط )

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{4}{3}$

و $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $v_n=u_n+4$.

1) بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) اكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ على $\mathbb{N}$.

4) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

5) لتكن $(w_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n=5\left(\frac{1}{v_n+5}-1\right)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية $(w_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب) احسب $\lim_{n\to+\infty}(u_n-w_n)$.

### التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;-1;1)$، $B(-1;2;1)$، $C(1;-1;2)$ و $D(1;1;1)$.

1) أ) تحقق أنّ النقط $A$، $B$ و $C$ تُعيّن مستويا.

ب) بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$.

2) لتكن النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$.

أ) احسب إحداثيات $G$.

ب) لتكن $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=2\|\overrightarrow{MD}\|$

بيّن أنّ $(\Gamma)$ هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$.

جـ) أثبت أنّ معادلة $(\Gamma)$ هي : $6x-4y+2z+3=0$.

3) بيّن أنّ المستويين $(ABC)$ و $(\Gamma)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

**التمرين الثالث: ( 05 نقاط )**

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$ .

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، لتكن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 6\sqrt{2}$ و $z_D = \frac{z_C}{2}$ .

أ) اكتب $z_A$ ، $z_B$ و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

جـ) بيّن أنّ النقط $O$ ، $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $D$ ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$؟

3) ليكن $R$ الدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران $R$.

ب) عيّن لاحقة النقطة $C'$ صورة $C$ بالدوران $R$ ثم تحقق أنّ النقط $C$ ، $A$ و $C'$ في استقامية.

جـ) عيّن لاحقة النقطة $A'$ صورة $A$ بالدوران $R$ ثم حدّد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران $R$.

**التمرين الرابع: ( 06 نقاط )**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ؛ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته: $y = 1$ .

ب) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا $\alpha$، حيث $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$

3) أنشئ $(T)$ و $(C_f)$.

4) لتكن الدالة $h$ المعرّفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$ .

و ليكن $(C_h)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$ . ماذا تستنتج ؟

ب) أنشئ المنحنى $(C_h)$ إعتمادا على المنحنى $(C_f)$.

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$ .

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول: ( 04 نقاط )

I) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$.
( $e$ هو أساس اللوغاريتم النيبيري ) .

1) بيّن أنّ $(u_n)$ متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.
2) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟
3) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي $n$، $v_n = \ln(u_n)$ ( $\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري ).

1) عبّر عن $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج نوع المتتالية $(v_n)$.
2) أ) احسب بدلالة $n$ العدد $P_n$ حيث: $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times ... \times u_n)$.
ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $P_n + 4n > 0$.

## التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$.

1) أ) برهن أن $A$، $B$ و $C$ ليست في استقامية .
ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(ABC)$.
جـ) تحقق أنّ $x + y - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$.

2) نعتبر المستويين $(P)$ و $(Q)$ المعرّفين بمعادلتيهما كما يلي:
$(P): x - y - 2z + 5 = 0$ و $(Q): 3x + 2y - z + 10 = 0$.

برهن أنّ $(P)$ و $(Q)$ يتقاطعان وفق المستقيم $(\Delta)$ ذي التمثيل الوسيطي: $(t \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases}$.

3) عيّن تقاطع المستويات $(ABC)$، $(P)$ و $(Q)$.

4) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M,(P))$ المسافة بين $M$ و المستوي $(P)$ و $d(M,(Q))$ المسافة بين $M$ و المستوي $(Q)$، عيّن المجموعة $(\Gamma)$ للنقط $M$ بحيث:
$\sqrt{6} \times d(M,(P)) = \sqrt{14} \times d(M,(Q))$.

## التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ حيث:
$$(z - i)(z^2 - 2z + 5) = 0$$

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ( وحدة الطول $1cm$ )، تعطى النقط $A$، $B$ و $C$ التي لاحقاتها: $z_A = i$ ، $z_B = 1 + 2i$ و $z_C = 1 - 2i$ على الترتيب .

أ) أنشئ النقط $A$، $B$ و $C$.
ب) جد $z_H$ لاحقة النقطة $H$ المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستقيم $(BC)$.
جـ) احسب مساحة المثلث $ABC$.

3) ليكن $S$ التشابه المباشر الذي مركزه $A$ و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه $S$ .

ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث $ABC$ بالتشابه $S$ تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4) $M$ نقطة لاحقتها $z$، عيّن مجموعة النقط $M$ حيث: $|z|=|iz+1+2i|$

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

I) – لتكن $g$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\Delta)$

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث $f'$ مشتقة الدالة $f$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم $x$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$ )

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$.

6) لتكن $h$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ $(C_h)$.

| (الموضوع الأول) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط )** | | |
| 1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$، $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ . إذن $(v_n)$ متتالية هندسية | 0,50 | 04 |
| أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=5$ . | 0,50 | |
| 2) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n-4$ . | $0,50\times 2$ | |
| 3) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)$ و منه $u_{n+1}-u_n<0$ . إذن $(u_n)$ متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$. | 0,50 | |
| 4) $S_n=15\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)-4(n+1)$ . | 0,50 | |
| 5) أ) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}-w_n>0$ إذن $(w_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. | 0,50 | |
| ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)=0$ ( لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$ ) . | 0,50 | |
| **التمرين الثاني: (05 نقاط )** | | |
| 1) أ) $\overrightarrow{AB}(-3;3;0)$ ، $\overrightarrow{AC}(-1;0;1)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن $A$ ، $B$ و $C$ تعيّن مستويا $(ABC)$ . | 0,75 | 05 |
| ب) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إذن $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$ و منه $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$ . | 01 | |
| جـ) $(ABC): x+y+z+d=0$ <br> $A\in(ABC)$ و منه: $d=-2$ أي: $(ABC): x+y+z-2=0$ | 0,50 | |
| 2) أ) $\overrightarrow{OG}=\frac{\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}}{2}$ إذن $G\left(-\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$ . | 01 | |
| ب) $M\in(\Gamma)$ معناه $MG=MD$ إذن $(\Gamma)$ هو المستوي المحوري للقطعة $[GD]$ . | 0,50 | |
| جـ) $(\Gamma): 6x-4y+2z+3=0$ . | 0,50 | |
| 3) ليكن $\vec{u}(6;-4;2)$ شعاع ناظمي لـــ $(\Gamma)$ . $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$ . $\vec{u}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. إذن $(ABC)$ و $(\Gamma)$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ . | 0,25 | |

| العلامة | | (الموضوع الأول) عناصر الإجابة |
|---|---|---|
| مجموع | مجزأة | |
| | 0,50 | $\begin{cases} x=3t+\frac{1}{2} \\ y=2t+\frac{3}{2} \\ z=-5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ أو أي تمثيل آخر |
| 05 | | **التمرين الثالث:** (05 نقاط) |
| | 0,75 | 1) $\Delta=\left(6\sqrt{2}i\right)^2$ ؛ $z'=3\sqrt{2}(1+i)$ و $z''=3\sqrt{2}(1-i)=\overline{z'}$ . |
| | 0,75 | 2) أ) $z_A=z'=6e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=z''=6e^{-i\frac{\pi}{4}}$ . $(1+i)z_A=6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ . |
| | 0,50 | ب) $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}=e^{i1007\pi}=-1$ . |
| | 01 | جـ) $DO=DA=DC=DB=3\sqrt{2}$ إذن النقط $O$ ، $A$ ، $B$، $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $D$ و نصف قطرها $3\sqrt{2}$ . |
| | 0,75 | د) $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=i$ ، $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})=\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}$ .<br>المثلث $ACB$ قائم في $C$ و متساوي الساقين $CA=CB$ والنقطة $D$ منتصف القطعة $[AB]$<br>لأنّ $z_D=\frac{z_A+z_B}{2}$ و كذلك منتصف القطعة $[OC]$ لأنّ $z_D=\frac{z_C}{2}$ .<br>إذن الرباعي $OACB$ مربع. |
| | 0,25 | 3) أ) العبارة المركبة للدوران $R$ : $z'=iz$ . |
| | 0,50 | ب) $z_{C'}=6\sqrt{2}i$ ؛ $z_{\overrightarrow{AC}}=3\sqrt{2}(1-i)=z_{\overrightarrow{C'A}}$، ومنه $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{C'A}$ مرتبطان خطيا |
| | 0,50 | جـ) $z_{A'}=3\sqrt{2}(-1+i)$ صورة الرباعي $OACB$ بالدوران $R$ هو الرباعي (المربع) $OAC'A'$ لأنّ : $R(O)=O$ ، $R(A)=A'$ ، $R(C)=C'$ و $R(B)=A$ . |
| 02,75 | | **التمرين الرابع:** (06 نقاط) |
| | 0,25 × 4 | 1) أ) $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=-\infty$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ .<br>$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ ؛المستقيم ذو المعادلة $y=1$ هو مستقيم مقارب لــ $(C_f)$ . |
| | 0,50<br>0,25<br>0,25<br>0,25 | ب) من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{2}{x^2}(1-\ln x)$ .<br>إشارة $f'(x)$ : $0$ ، $+$ ، $e$ ($0$) ، $-$ ، $+\infty$<br>$f$ متزايدة تماما على $]0;e]$ و متناقصة تماما على $[e;+\infty[$ .<br>– جدول تغيّرات الدالة $f$ . |
| | 0,50 | 2) أ) $f(x)-1=\frac{2\ln x}{x}$ و منه إشارة $f(x)-1$ هي: $0$ ، $-$ ، $1$ ($0$) ، $+$ ، $+\infty$ |

| (الموضوع الأول) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | مجموع |
|---|---|---|
| من أجل $x$ من $]0;1[$ $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$، من أجل $x$ من $]1;+\infty[$ $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$<br>و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(1;1)$ . | 0,25 | 03,25 |
| ب) $(T): y=2x-1$ | 0,25 | |
| ج) الدالة $f$ مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0;1]$ ، و $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)=-\infty$<br>و $f(1)=1>0$ ؛ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا<br>وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;1[$ . $f\left(e^{-0,3}\right)\simeq +0,2$ ، $f\left(e^{-0,4}\right)\simeq -0,2$ أي:<br>$f\left(e^{-0,4}\right)\times f\left(e^{-0,3}\right)<0$ . إذن $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$ | 0,75 | |
| 3) إنشاء المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$. | 0,50 | |
| 4) أ) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{0\}$ ، $h(x)-h(-x)=0$ ، و منه $h$ دالة زوجية<br>أو $((yy')$ محور تناظر لـــ $(C_h))$. | 0,50 | |
| ب) في المجال $]0;+\infty[$، $h(x)=f(x)$ و منه $(C_h)$ ينطبق على $(C_f)$<br>وفي المجال $]-\infty;0[$ $(C_h)$ هو نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى $(yy')$<br>- إنشاء $(C_h)$ | 0,50 | |
| جـ) $\ln x^2=(m-1)\lvert x\rvert$ معناه $h(x)=m$ و بالتالي حلول المعادلة هي فواصل نقاط<br>تقاطع المنحنى $(C_h)$ و المستقيم ذي المعادلة $y=m$ مع $(m\in\mathbb{R})$.<br>إذا كان $m\leq 0$ للمعادلة حلّين.<br>إذا كان $0<m<1+\frac{2}{e}$ للمعادلة 4 حلول.<br>إذا كان $m=1+\frac{2}{e}$ للمعادلة حلّين (مضاعفين).<br>إذا كان $m>1+\frac{2}{e}$ ، المعادلة ليس لها أي حل. | 0,50 | |

| (الموضوع الثاني) عناصر الإجابة | مجزأة | مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط)** | | |
| I) 1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=e^{-1}.u_n$ . إذن $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=e^{-1}$ و حدّها الأوّل $u_0=\sqrt{e}$ . | 0,75 | 04 |
| 2) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ نستنتج أنّ $(u_n)$ متتالية متقاربة. | 0,75 | |
| 3) $S_n=\sqrt{e}\left(\dfrac{1-e^{-n-1}}{1-e^{-1}}\right)$ . | 0,50 | |
| II) 1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n=\dfrac{1}{2}-n$ ؛ و من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=v_n-1$ .<br>إذن $(v_n)$ متتالية حسابية أساسها $r=-1$ و حدّها الأوّل $v_0=\dfrac{1}{2}$ . | 0,50<br>0,50 | |
| 2) أ) $P_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n=\dfrac{(n+1)}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-n\right)$ أي $P_n=\dfrac{1-n^2}{2}$ . | 0,50 | |
| ب) $P_n+4n>0$ أي $-n^2+8n+1>0$ و $n\in\mathbb{N}$ .<br>و بالتالي: $n\in[0;8]$ و $n\in\mathbb{N}$ أي $n\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ . | 0,50 | |
| **التمرين الثاني: (05 نقاط)** | | |
| 1) أ) $\overrightarrow{AB}(0;-1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(1;1;2)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن $A$ ، $B$ و $C$ ليست في إستقامية. | 0,75 | 05 |
| ب) تمثيل وسيطي للمستوي $(ABC)$ هو: $(\alpha,\beta\in\mathbb{R})$ ; $\begin{cases}x=1+\beta\\y=-1-\alpha+\beta\\z=-2-\alpha+2\beta\end{cases}$ أو أي تمثيل | 0,75 | |
| جـ) التحقق أنّ معدلة للمستوي $(ABC)$ هي: $x+y-z-2=0$ . | 0,75 | |
| 2) $\overrightarrow{u_1}(1;-1;-2)$ شعاع ناظمي لــ $(P)$ و $\overrightarrow{u_2}(3;2;-1)$ شعاع ناظمي لــ $(Q)$ .<br>$\overrightarrow{u_1}$ و $\overrightarrow{u_2}$ غير مرتبطين خطيا إذن $(P)$ و $(Q)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ .<br>– إثبات أنّ تمثيلا وسيطيا لــ $(\Delta)$ هو: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t-3\\y=-t\\z=1+t\end{cases}$ . | 0,25<br><br>0,75 | |
| 3) تقاطع المستويات : $(ABC)\cap(P)\cap(Q)=\{E(-9;6;-5)\}$ ؛ $(t=-6)$ . | 0,75 | |
| 4) $\sqrt{6}\times d(M,(P))=\sqrt{14}\times d(M,(Q))$ أي $\lvert x-y-2z+5\rvert=\lvert 3x+2y-z+10\rvert$<br>$(\Gamma)=(P_1)\cup(P_2)$ حيث:<br>$(P_1): 2x+3y+z+5=0$ و $(P_2): 4x+y-3z+15=0$ . | 0,50<br><br>0,50 | |

| (الموضوع الثاني ) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الثالث: (04 نقاط )** | | 04 |
| 1) المعادلة تعني $(z-i)=0$ أو $(z^2-2z+5=0)$ ...و منه $z=i$ | 0,25 | |
| $\Delta=(4i)^2$ ؛ $z'=1+2i$ ، $z''=1-2i$ | 0,75 | |
| 2) أ) إنشاء النقط $A$ ، $B$ و $C$ | 0,75 | |
| ب) $z_H=1+i$ | 0,25 | |
| جـ) مساحة المثلث $ABC$ هي: $\mathscr{A}=2\,cm^2$ | 0,50 | |
| 3) أ) الكتابة المركبة لــ $S$ هي: $z'=\frac{1}{2}iz+\frac{1}{2}+i$ | 0,50 | |
| ب) مساحة صورة $ABC$ بالتشابه $S$ هي: $\mathscr{A}'=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}cm^2$ | 0,50 | |
| 4) $\lvert z\rvert=\lvert iz+1+2i\rvert$ أي $\lvert z\rvert=\lvert z+2-i\rvert$ ومنه مجموعة النقط هي محور القطعة $[OD]$ حيث $D(-2;1)$ | 0,50 | |
| **التمرين الرابع: (07 نقاط )** | | 02 |
| I(1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ . | 0,50 | |
| ب) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=6x^2-8x+7$ . من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$ و بالتالي $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ . جدول تغيّرات الدالة $g$ . | 0,75 | |
| 2) أ) $g$ مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ، $g(0,7)\simeq-0,37$ و $g(0,8)\simeq 0,06$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $0,7<\alpha<0,8$ . | 0,50 | |
| ب) إشارة $g(x)$ : $-\infty$ $-$ $\alpha$ (0) $+$ $+\infty$ | 0,25 | |
| II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ . | 0,50 | 05 |
| 2) أ) برهان أنّ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$ . | 0,50 | |
| ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ . إذن المنحى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$: $y=\frac{1}{2}(x+1)$ . | 0,50 | |
| ج) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)=\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$ . إشارة $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)$ : $-\infty$ $+$ $\frac{1}{3}$ (0) $-$ $+\infty$ . إذا كان $x$ ينتمي إلى $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ فإنّ $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ و إذا كان $x$ ينتمي إلى $\left]\frac{1}{3};+\infty\right[$ فإنّ $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في $A\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ . | 0,50 | |

| | | |
|---|---|---|
| | 0,50 | 3) أ) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{\left(2x^2-2x+1\right)^2}$ . |
| | 0,25 | ب) إشارة $f'(x)$ : $-\infty$ + $0$ − $\alpha$ + $+\infty$ |
| | 0,25 | جدول تغيّرات الدالة $f$ : (الجدول أدناه) |
| | 0,25 | $f(1)=0$ (4 . |
| | 0,50 | $f(x)=0$ تعني $\dfrac{(x-1)\left(x^2+x-1\right)}{2x^2-2x+1}=0$ أي $(x-1)\left(x^2+x-1\right)=0$<br>و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي:<br>$x_0=1$ ، $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ، $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ |
| | | |
| | 0,50 | 5) إنشاء المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ |
| | 0,25 | 6) أ) التحقق من: من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $h(x)=f(x)-2$ |
| | 0,25<br>0,25 | ب) $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;-2)$<br>إنشاء $(C_h)$ في المعلم السابق. |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | $0$ | − | $0$ | + | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $f(\alpha)$ | ↗ | $+\infty$ |